—DEA—

PHYSIQUE DES PARTICULES

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE

MODÉLISATION

1994-1995

Etude Perturbative de Théories de la Gravitation

sujet proposé par

THOMAS SCHUCKER

GILLES ESPOSITO-FARÈSE

réalisé par

BRUNO SANCHIZ

Table des matières

Ce mémoire a pour but l'étude générale de deux théories de la gravitation qui se placent dans un cadre classique, tout au moins dans l'approche que je vais développer ici. Il s'agit de vérifier la compatibilité de ces approches de la gravitation avec les résultats expérimentaux existants.

La théorie de Brans-Dicke explore la relativité générale en ajoutant à la théorie d'Einstein à spin 2 un champ scalaire de spin O qui intervient dans la construction de la métrique, et donc qui va ajouter une perturbation aux trajectoires prédites par la relativité générale . L'étude de la méthode d'analyse de cette perturbation constitue le corps de ce travail.

L'autre partie du mémoire étudie le remplacement de l'espace de Riemann dans lequel la métrique est censée se propager, par un espace plus large - dit de Cartan ou $U(4)$ - qui rajoute un tenseur de torsion en chaque point de l'espace-temps (l'espace reste à 4 dimensions), en plus du tenseur de Riemann ; ce prolongement axiomatique de l'espace admet alors la relativité générale comme approximation mais pas comme limite à torsion nulle puisque l'espace de Cartan est un espace différent de l'espace de Riemann.

2.1 des questions sur la gravitation

La relativité générale réussit à passer tous les tests auxquels elle a été confrontée, et de plus il n'existe actuellement pas d'expérience montrant une insuffisance de cette théorie. On peut donc s'étonner de l'utilité de regarder une théorie qui, on va le voir, est très proche de la relativité générale. Cependant, Brans et Dicke ont montré l'existence de coïncidences numériques que cette théorie essaie d'expliquer en introduisant à la base de la théorie une explication a priori de la possibilité de telles coïncidences. Ainsi on peut former avec un minimum d'hypothèses, un nombre sans unité reliant la gravitation et un état simplifié de l'univers et qui est pratiquement égal a 1, résultat qui peut être compris dans le cadre d'une théorie comprenant la gravitation et la relation entre un système donné - une expérience sur la terre - et le reste de l'univers. Cette relation va nous amener à introduire un champ scalaire en plus du champ de spin 2 de la relativité générale .

2.2 Niels Mach et les phénomènes d'inertie

Regardons l'expérience suivante :

Soit un univers vide, vide à l'exception d'un expérimentateur et de son laboratoire qui contient un gyroscope et un pistolet chargé. Pour décrire l'expérience, on utilise un système de coordonnées Minkowskien fixé au laboratoire. On suppose le laboratoire de faible masse - il n'amènera pas de problèmes de type auto-gravitants -, c'est-à-dire que la métrique reste inchangée par l'existence de ce laboratoire. Dans ce laboratoire, la relativité générale, par le principe d'équivalence faible, impose aux lois de la physique d'être celles habituelles (principe d'inertie ...). L'expérimentateur tire alors une balle, et le gyroscope va pointer dans une direction directement reliée à la direction de la balle.

Cette expérience pose le problème de la possibilité de concevoir un mouvement sans se référer au reste de l'univers ; en effet, dans l'expérience précédente, la balle, qui peut être sans masse a une influence prépondérante sur l'orientation du gyroscope. Cette expérience montre qu'une réaction d'inertie dans un laboratoire en accélération par rapport au reste de l'univers peut être interprétée comme une force gravitationnelle agissant sur un laboratoire fixe, due à la présence de matière éloignée en mouvement (la balle), et devra donc , dans le cadre de la relativité générale , être susceptible de modifier la métrique associée à chaque point de l'espace-temps. Cette interprétation de l'inertie est celle de Niels Mach.

On peut remarquer avec un minimum d'hypothèses sur l'univers une relation entre la constante de la gravitation G, la vitesse de propagation maximale de l'information c, le rayon apparent de l'univers R : $\frac{GM}{Rc^2} \approx 1$ [1] , ce qui ne doit pas être considéré comme fortuit. On suppose donc dans la théorie de Brans-Dicke un lien entre chaque point de l'univers et le reste sous forme d'un champ scalaire Φ se propageant.

Avec quelques hypothèses [2] on peut calculer un ordre de grandeur de la moyenne du champ scalaire et on trouve $< \Phi > \approx \lambda \times 10^{26} kg.m^{-1}$ [3]. Or, $\frac{c^2}{G} = 1,35 \times 10^{27} kg.m^{-1}$ donc $< \Phi > \approx \frac{c^2}{G}$ où le paramètre λ est de l'ordre de l'unité.

Alors on va construire une théorie métrique qui inclue un champ scalaire Φ en exprimant G comme une fonction de l'espace-temps, par l'intermédiaire de ce champ :

$$\Phi = \frac{c^2}{G} \tag{2.1}$$

1. voir Annexe A
2. en particulier $\Box\Phi = 4\pi\lambda T^{\mu}_{M\mu}$ où $T_{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion de la matière (càd tout sauf la gravitation et le champ Φ) et λ un nombre sans dimension
3. voir annexe B

3.1 garder le principe d'équivalence faible

La théorie de Brans-Dicke fait partie des théories dites métriques qui forment une classe particulière parmi les théories de la gravitation. Elles ont toutes en commun les points suivants :

1. l'espace-temps possède une métrique (on pourra en particulier à partir d'une métrique quelconque avec un changement de coordonnées adéquat obtenir une métrique localement de Lorentz
2. la métrique satisfait au principe d'équivalence (les lois standards de la physique relativiste sont valides dans chaque référentiel local de Lorentz)

L'égalité entre la masse gravitationnelle et la masse inertielle est requise en relativité générale. En effet, le principe d'équivalence faible est introduit par l'équation du mouvement d'une particule test - du type photon - , c'est-à-dire par l'équation des géodésiques. Pour garder ici cette propriété, on ne fait intervenir le champ Φ que dans l'équation dite d'Einstein qui détermine la métrique à partir des sources, et, une fois connu $g^{\mu\nu}(x^\lambda)$, on a déterminé le mouvement de façon habituelle en relativité générale (voir les références).

3.2 les équations de champ

Le champ Φ est couplé à la matière - ce qui signifie que l'on doit trouver une relation entre ce champ et la matière. On doit, autrement dit, poser a priori la réaction du champ à la présence de matière. L'équation du champ Φ covariante la plus simple que l'on puisse trouver est aussi celle que l'on pose à la base de la théorie :

$$\Box\Phi = 4\pi\lambda T^{\mu}_{M\mu} \tag{3.1}$$

On introduit une équation d'Einstein en gardant le même terme fonction de la métrique, mais en introduisant un terme "de source" de champ Φ , T_Φ, (il contient en fait aussi la propagation du champ Φ), à coté du terme de source de matière déjà introduit T_M :

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = \frac{8\pi}{\Phi}\left(T^{\mu\nu}_M + T^{\mu\nu}_\Phi\right) \tag{3.2}$$

l'échange d'énergie entre la matière et la gravitation se fait toujours sans pertes, donc on a $T^{\mu}_{M\nu;\mu} = 0$.

Alors,

$$\left((R^{\mu}{}_{\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu}{}_{\nu}R)\Phi\right)_{;\mu} = \left(R^{\mu}{}_{\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu}{}_{\nu}R\right)\Phi_{;\mu} = 8\pi T^{\mu}_{\Phi\nu;\mu} \tag{3.3}$$

on choisit alors T_Φ, comme le terme symétrique le plus général avec 2 dérivées :

$$T^{\mu}_{\Phi\nu} = A(\Phi)\Phi^{;\mu}\Phi_{;\nu} + B(\Phi)\delta^{\mu}{}_{\nu}\Phi_{;\rho}\Phi^{;\rho} + C(\Phi)\Phi^{;\mu}{}_{;\nu} + \delta^{\mu}{}_{\nu}D(\Phi)\Box\Phi \tag{3.4}$$

A partir de $V^{\lambda}_{;\nu;\kappa} - V^{\lambda}_{;\kappa;\nu} = V^{\sigma}R^{\lambda}{}_{\sigma\nu\kappa}$, on obtient

$$\Phi_{;\mu}R^{\mu}{}_{\nu} = (\Box\Phi)_{;\nu} - \Box(\Phi_{;\nu}) \tag{3.5}$$

La trace de 3.2 avec 3.1 donne R, fonction de Φ et $T^{\mu}_{\Phi\mu}$.

On calcule alors le terme de gauche de 3.3 à partir de R et 3.5, que l'on compare à $T^{\mu}_{\Phi\nu;\mu}$ obtenu avec 3.4. On a alors

$$\begin{aligned} A(\Phi) &= -\tfrac{\omega}{8\pi\Phi} \quad & B(\Phi) &= \tfrac{\omega}{16\pi\Phi} \\ C(\Phi) &= -\tfrac{1}{8\pi} \quad & D(\Phi) &= \tfrac{1}{8\pi} \end{aligned} \tag{3.6}$$

avec ω un terme sans dimension égal à $\frac{1}{\lambda} - \frac{3}{2}$. Cet oméga est la constante importante de la théorie. L'approximation initiale de la théorie sur λ s'écrit donc $\omega \approx 1,4$. Mais on voit aussi que :

1. si λ tend vers 0, ω tend vers l'infini
2. si λ tend vers $\frac{2}{3}$, ω tend vers 0

L'équation 3.1 ne donne donc pas d'indications sur la valeur de ω. Par contre, comme on n'a pas encore mis en évidence un tel champ scalaire, sa variation est surement faible, et donc la limite ω grand (λ petit), sera celle utilisable. Les équations du champ Φ et de la métrique s'écrivent alors :

$$\Box\Phi = \frac{8\pi}{3+2\omega}T^{\mu}_{M\mu} \tag{3.7}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi}{\Phi}T_{M\mu\nu} + \frac{\omega}{\Phi^2}(\Phi_{;\mu}\Phi_{;\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\Phi_{;\rho}\Phi^{;\rho}) + \frac{1}{\Phi}(\Phi_{;\mu;\nu} - g_{\mu\nu}\Box\Phi) \tag{3.8}$$

Le lagrangien de la théorie, qui correspond à une approche plus moderne en physique, est :

$$L_{tot} = \Phi R - \omega \frac{\partial_i \Phi \partial^i \Phi}{\Phi} + \frac{16\pi}{c^4} L_M \tag{3.9}$$

et l'action correspondante :

$$S = \int d^4x \, \sqrt{-g} \, L_{tot} \tag{3.10}$$

L'équation 3.7 montre en particulier que si ω est grand devant 1, $\Box\Phi$ vaut $O(\frac{1}{\omega})$, donc $\Phi =< \Phi > +O(\frac{1}{\omega})$ ce qui permet une première comparaison avec la relativité générale :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{M\mu\nu} + O\left(\frac{1}{\omega}\right) \tag{3.11}$$

Dans la limite d'un ω tendant vers l'infini ($\lambda \to 0$) on obtient alors un champ scalaire constant ne se propageant pas (voir 3.1) donc simplement la relativité générale.

3.3 étude perturbative de la théorie

3.3.1 la paramétrisation post-newtonienne

sans gravitation : Lorsqu'on étudie un espace sans gravitation, on utilise une métrique plate . Par exemple, dans la théorie de Maxwell dans un espace vide, les équations des champs s'écrivent : $\partial_\nu F_\mu{}^\nu = 4\pi J_\mu$ avec $F_{\mu\alpha} = \partial_\mu A_\alpha - \partial_\alpha A_\mu$ et $F_\mu{}^\nu = \eta^{\nu\alpha} F_{\mu\alpha}$ où $\eta_{\mu\nu}$ est la métrique plate.

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gravitation newtonienne : Si on veut s'aventurer dans la première analyse de la gravitation, la gravitation newtonienne, on peut le faire avec le formalisme d'Einstein ; et en imposant le référentiel, on peut écrire la métrique comme suit :

$$g_{\mu\nu} = \begin{cases} -1 + \frac{2GM}{rc^2} & si \ \mu = \nu = 0 \\ \eta_{\mu\nu} & sinon \end{cases}$$

gravitation post-newtonienne : Dans le système solaire où sont faites les expériences sur la gravitation, l'ensemble des phénomènes observables sont, une fois égalisés à des nombres sans dimension [4] , tous inférieurs à 10^{-6} [5] ; le potentiel Newtonien, le carré des vitesses de la matière qui génère la gravitation [6] , le tenseur énergie-impulsion divisé par ρ_0 [7] , et la densité relative d'énergie interne par rapport à ρ_0 ($\Pi = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$). Tous ces paramètres, a priori d'ordre 10^{-6} bien que certains soient presque systématiquement plus faibles, vont donc participer aux fonctions que l'on doit faire intervenir pour descendre d'un ordre [8] dans la métrique.

Exemple, la fonction suivante est d'ordre $O(\frac{1}{c^4})$:

$$\Phi_2(x) = \int \frac{\rho(x')\Phi(x')}{|x - x'|} d^3x'$$

Chacune de ces fonctions que l'on introduit dans la métrique est associée à un paramètre. Ceux-ci vont prendre des valeurs différentes suivant les théories étudiées, en prenant pour base les valeurs de la relativité générale égales à 1 ou 0 par convention. Ensuite, ces valeurs vont apparaître directement dans les tests de la relativité générale , ce qui va permettre de trancher en faveur ou non de ces théories à mesure que les mesures deviennent plus précises sur ces paramètres.

Dans la résolution de cette question, je ne m'intéresserais qu'aux paramètres les plus connus car liés au modèle le plus simple ; ces paramètres sont notés par tous les auteurs β et γ [9] .

On étudie le système suivant : la métrique du système solaire est créée par le soleil. On suppose donc que le soleil est parfaitement sphérique, qu'il n'a pas de mouvement de rotation, et que les planètes - les particules tests des expériences de gravitation - sont des corps qui suivent les géodésiques de la métrique [10] . Alors, acceptant l'hypothèse

4. en utilisant la vitesse de la lumière et les distances dans le repère, on réduit les observables à des nombres sans dimension. Exemple, le potentiel newtonien $\Phi = \frac{GM}{r}$ est divisé pas c^2.
5. on exclura les phénomènes d'ordres très faibles, mais de vitesse égale à c, que sont les ondes gravitationnelles
6. relativement au centre de masse du système solaire
7. la densité d'énergie de masse au repos, définie comme le produit de la densité de baryon et la masse standard par baryon
8. Cet ordre est concrètement noté en puissance de c. Ainsi, $\Phi = O(\frac{1}{c^2})$, $v^2 = O(\frac{1}{c^2})$ ...
9. ces paramètres valent 1 en relativité générale
10. Dans un champ gravitationnel, une particule test du type photon suit une géodésique, c'est-à-dire la trajectoire solution de l'équation $\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma^a lpha_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$

que la théorie étudiée est conservative, et qu'il n'existe pas de référentiel privilégié, la plupart des fonctions s'annulent, il ne reste plus que les fonctions V et V_i dans la symétrie du problème et on peut écrire la métrique comme suit :

$$\left\{\begin{array}{lcl} g_{00} & = & -1+\frac{2V}{c^2}-2\beta\frac{V^2}{c^4}+O(\frac{1}{c^6}) \\ g_{0i} & = & -\frac{4}{c^3}V_i+O(\frac{1}{c^5}) \\ g_{ij} & = & (1+2\gamma\frac{V}{c^2})\delta_{ij}+O(\frac{1}{c^4}) \end{array}\right. \tag{3.12}$$

où l'on voit apparaître les paramètres β et γ [11]

Avec cette métrique, on peut construire les connexions et le tenseur de Ricci et on obtient les résultats suivants :

$$R_{00} = -\frac{1}{c^2}(\Delta_P V) + \frac{1}{c^4}\{2(\gamma+\beta)V\Delta_P V + (\overrightarrow{\nabla}_P V)^2(2\beta-2\gamma-1)\} + O\left(\frac{1}{c^6}\right) \tag{3.13}$$

$$R_{00} = \frac{2}{c^3}(\Delta_P V_i) + O\left(\frac{1}{c^5}\right) \tag{3.14}$$

avec l'indice P indiquant un opérateur d'espace plat ($\Delta_P = \sum_i \partial_i\partial_i$)

3.3.2 solutions stationnaires avec un champ scalaire faible

Le problème ici est de construire une méthode pour obtenir la métrique à partir des équations des champs données pour ensuite trouver les paramètres β et γ.

le champ scalaire faible On va choisir un champ scalaire faible, dont le terme de premier ordre est proche de la constante de gravitation : $\Phi = \frac{1}{G_0}(1+\xi)$ et $G_0 \approx G$ [12] et $\xi = O\left(\frac{1}{c^2}\right)$ [13]

De 3.1 on déduit $\xi^{;\mu}_{;\mu} = \frac{8\pi G_0}{2\omega+3}T^{\mu}_{M\mu}$ on écrit $R_{\mu\nu}$ dans 3.8 en fonction de ξ et on contracte pour obtenir R que l'on réinjecte et alors :

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G_0(1+\xi)^{-1}[T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}T(\frac{\omega+1}{2\omega+3})] + \omega(1+\xi)^{-2}\xi_{;\mu}\xi_{;\nu} + (1+\xi)^{-1}\xi_{;\mu;\nu} \tag{3.15}$$

De 3.1 on déduit

$$\Delta_P\xi = -\frac{8\pi G_0}{2\omega+3}\frac{T^{00}}{c^4} + O\left(\frac{1}{c^4}\right) \tag{3.16}$$ [14]

De 3.15 on a

$$R_{00} = \frac{4\pi G_0}{c^4}T^{00}\left(\frac{2\omega+4}{2\omega+3}\right) + O\left(\frac{1}{c^4}\right)$$

on égalise à 3.13 et

$$\Delta_P V = -\frac{4\pi G_0}{c^4}T^{00}\left(\frac{2\omega+4}{2\omega+3}\right) + O\left(\frac{1}{c^2}\right)$$

V est le premier terme du développement de g_{00} qui est celui qui intervient au premier ordre dans les mesures de la constante de gravitation avec des particules lentes. Dans de telles expériences, la métrique est $g_{00} = -1 + \frac{2\Phi}{c^2}$ où Φ est le potentiel newtonien qui vérifie $\Delta_P\frac{\Phi}{c^2} = -\frac{4\pi G}{c^2}T^{00}$. Par conséquent, on voit qu'une expérience classique ne mesurera pas G_0 mais $G_0\frac{2\omega+4}{2\omega+3}$, ce qui permet d'égaliser ce terme à G :

$$G = G_0\frac{2\omega+4}{2\omega+3} + O\left(\frac{1}{c^2}\right) \tag{3.17}$$

$$\Delta_P V = -\frac{4\pi G}{c^2}T^{00} + O\left(\frac{1}{c^2}\right) \tag{3.18}$$

De 3.16 et 3.18 : $\xi = \frac{V}{c^2(\omega+2)} + O\left(\frac{1}{c^4}\right)$

11. Cette introduction de β et γ se traduit classiquement, en champs faibles, en terme de Lagrangien d'interaction entre plusieurs corps :

$$L = \sum_A\left(-m_A c^2\sqrt{1-\frac{\overrightarrow{v_A}^2}{c^2}}\right) +$$

$$\frac{1}{2}\sum_A\sum_{B\neq A}\frac{Gm_Am_B}{r_{AB}}\left\{1+\frac{\overrightarrow{v_A}^2+\overrightarrow{v_B}^2}{c^2} - \frac{3}{2c^2}\overrightarrow{v_A}\overrightarrow{v_B} - \frac{1}{2c^2}(\overrightarrow{n_{AB}}\overrightarrow{v_A})(\overrightarrow{n_{AB}}\overrightarrow{v_B}) + \frac{\gamma}{c^2}(\overrightarrow{v_A}-\overrightarrow{v_B})^2\right\}$$

$$-\frac{1}{2}\sum_A\sum_{B\neq A}\sum_{\substack{C\neq A\\C\neq B}}\left(\frac{G^2m_Am_Bm_C}{r_{AB}r_{AC}c^2}\right)(2\beta-1)$$

12. G est la constante de gravitation mesurée classiquement dans les expériences de gravitation

13. En particulier, $\xi(r=\infty) = 0$

3.3.3 calcul des paramètres post newtoniennes

Le calcul des paramètres post-newtoniens constitue un calcul long que l'on peut par exemple trouver dans WEINBERG où plus récemment, en utilisant une théorie diagrammatique où intervient un champ de Brans-Dicke différent de celui utilisé ici. Pour γ, le résultat ressort de l'égalité suivante :

$$\Delta_P V_i = -2(\gamma+1)\pi G \frac{T^{0i}}{c} + O\left(\frac{1}{c^2}\right)$$

Or,

$$\Delta_P V_i = -2\frac{2\omega+3}{\omega+2}\pi G \frac{T^{0i}}{c} + O\left(\frac{1}{c^2}\right)$$

ce qui donne

$$\gamma = \frac{\omega+1}{\omega+2}$$

Le calcul de β plus long, nous montre en fait qu'il ne diffère pas de la valeur de la relativité générale soit

$$\beta = 1$$

4 Brans-Dicke : les conséquences pour les tests de la relativité générale

4.1 tests

4.1.1 déviation lumière

Les calculs en relativité générale de la déviation de particules tests par une masse est bien connue ; elle est à l'origine des mirages gravitationnels qui sont maintenant observés sans aucun doute. Cependant, toute théorie métrique en accord avec les expériences est supposée pouvoir dévier les rayons lumineux - certaines ne la dévie pas - et on peut donc estimer la validité des théories par les mesures faites sur la déviation de la lumière. En particulier on montre que le paramètre γ rentre dans la valeur de la déviation de la lumière attendue : si on appelle φ la déviation de la lumière par le soleil par rapport à la ligne droite définie par sa trajectoire à l'infini, la déviation sera :

$$\varphi = \frac{2(\gamma+1)GM_\odot}{r_0}$$

Les mesures diverses ont montré malheureusement que, déjà pour la déviation due à la relativité générale les termes perturbateurs comme la forme réelle du soleil (les termes quadratiques en particulier) et la mesure effective de r_0 ne permettent pas d'obtenir une bonne valeur de γ.

4.1.2 avance du périastre d'un système de deux étoiles de masses comparables

Historiquement, on a montré que les trajectoires suivies par les planètes n'étaient pas des cercles mais plutôt des ellipses, puis que ces ellipses évoluaient, leur grand axe n'est pas fixe. Le calcul en relativité générale comme dans la théorie de Brans-Dicke fait intervenir β et γ. On trouve pour cette avancée, en notant par φ l'angle d'avancée du grand axe par révolution :

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi GM}{a(1-e^2)c^2} \times \frac{2\gamma-\beta+2}{3}$$

On a pu montrer, que cette avancée du périastre, faible à chaque révolution était cependant cumulative. En utilisant les nombreuses données sur le mouvement de Mercure, on a pu montrer que, une fois enlevés les contributions à cette avancée dues au référentiel non inertiel utilisé par les observateurs et aux autres planètes, et le terme du au moment quadrupolaire du soleil - estimé avec les autres planètes - , il restait un terme de relativité générale , ce qui permet de mettre des limites sur les valeurs de β et γ :

$$\left|\frac{2\gamma-\beta+2}{3} - 1\right| \leq 10^{-3}$$

soit, avec $\beta = 1$:

$$|\gamma - 1| \leq 2.10^{-3}$$

soit, pour la théorie de Brans-Dicke :

$$\omega \geq 500$$

4.1.3 conséquences en cosmologie

Revenons sur la constante de gravitation ;on a vu que celle est reliée au premier ordre à la valeur du champ scalaire à, l'infini, puisque la perturbation ξ s'annule à l'infini. Mais ceci ne présage en rien du comportement de cette constante à un autre ordre, et en particulier, il semble naturel, étant donné la manière dont nous avons pu introduire la constante dans les équations des champs, que G soit relié à Φ. Gardant 3.17 au premier ordre, on écrit donc

$$G = \left(\frac{2\omega + 3}{2\omega + 4} \right) \Phi^{-1}$$

et des variations de G avec le temps sont envisageables pour un champ scalaire non stationnaire. Si on prend un modèle d'univers de type Friedmann, on peut montrer que la variation relative de G est le produit d'une fonction du paramètre q_0 et de $\frac{H_0}{\omega+2}$ [15] où la fonction de q_0 est simple et de l'ordre de l'unité lorsque q_0 est de l'ordre de l'unité.

Les mesures actuelles sur cette variation de la constante de gravitation ne donne qu'une estimation supérieure à cette valeur ; elle vaut $\left| \left(\frac{\dot{G}}{G} \right)_0 \right| \leq 10^{-11}\ annees^{-1}$. On voit donc que ce critère nous impose $\omega > 10$, ce qui ne réduit pas les valeurs déjà. estimées pour ω.

15. H_0 est la constante de Hubble, qui vaut environ $10^{-10} annees^{-1}$, et qui intervient dans la vitesse de fuite des galaxies les unes par rapport aux autres

La théorie de Brans-Dicke revient sur un des préceptes de la physique qui suppose que les forces telles qu'elles sont perçues sur la terre maintenant sont les mêmes qu'ailleurs et qu'en tout temps. Bien sur, il ne s'agit en réalité que de considérer la relativité générale comme une approximation très proche de la réalité sur terre, et où cette différence à la réalité de la relativité générale pourrait ne plus être négligeable dès que l'on envisage des cas particuliers où la masse en mouvement étudiée est très supérieure à celle de la terre et du soleil, par exemple les étoiles à neutron et les trous noirs, car alors le champ gravitationnel adimensionnel V, est de l'ordre de $\frac{1}{2}$ de même que ξ comme le montre 3.3.2. Dans le cadre d'expériences étudiant de tels objets, la découverte du champ scalaire reste à faire.

L'introduction de la torsion dans la théorie de la relativité générale est une conséquence de la volonté des physiciens d'unifier les quatre forces fondamentales de la nature sous une formulation unique. En particulier, puisque les interactions électromagnétiques, fortes et faibles, ont déjà une formulation condensée, bien qu'elle reste à unifier dans sa totalité, on peut imaginer sur quelles bases l'unification va arriver. Ainsi on doit rechercher ce qui fait la physique actuelle, et ce en quoi elle peut être rapprochée de la physique et des formulations de la relativité générale qui reste la seule théorie de la gravitation applicable actuellement dans les domaines macroscopiques et microscopiques lorsque la gravitation est la seule force en jeu.

6.1 le groupe de Poincaré

Les trois forces déjà citées expliquent le comportement des particules élémentaires en postulant qu'elles suivent la mécanique quantique et la théorie de la relativité restreinte ; en conséquence, on peut classer les particules dans des représentations irréductibles du groupe de Poincaré. A chacune de ces représentations, on associe deux scalaires, la masse et le spin, où la masse est reliée aux translations, et le spin aux rotations. A partir de cette constatation, des physiciens ont cherché à montrer comment on pouvait introduire dans le formalisme de la relativité générale la notion de tenseur de moment angulaire de spin à côté de la notion de tenseur d'énergie-impulsion que l'on sait être reliée à la notion de translation.

6.2 le spin en relativité générale

La masse de par son caractère scalaire est une notion additive ; si on imagine un système donné sans interactions internes, sa masse totale sera la masse de ces constituants. Au contraire, le spin va avoir la possibilité de se moyenner sur un système et donc a priori de s'annuler sur un volume important. Ainsi en dehors de la matière la torsion va être supposée nulle en l'absence - dans cette théorie - de propagation de la torsion.

On cherche maintenant à introduire le tenseur de spin. Pour cela, on va utiliser une analogie existant dans la relativité générale : le courant d'énergie-impulsion, le tenseur d'énergie impulsion est couplé à la métrique d'un espace Riemannien, par l'intermédiaire de la connexion affine symétrique ; alors le spin sera de la même façon couplé à une quantité géométrique d'un espace incluant l'espace de Riemann, mais comprenant des degrés de liberté de rotation ; on est donc amener à travailler sur un espace de Cartan, un espace où la connexion n'est plus un objet symétrique.

6.3 les axiomes de la théorie

6.3.1 ds^2 invariant

L'intervalle infinitésimal reste le même ; on demande simplement à la métrique associée d'être covariante, et de rester symétrique, afin de garder la notion de déplacements parallèles préservant les unités de longueurs :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{6.1}$$

$$\nabla_\alpha g_{\mu\nu} = 0 \tag{6.2}$$

Avec cette prescription, on permet dans tous les cas de définir localement une structure de Minkowski, comme les expériences nous l'imposent.

6.3.2 couplage minimal

On doit trouver un moyen d'écrire les lagrangiens et en particulier le couplage entre les champs de matière et la structure géométrique définie par l'espace de Cartan. On choisit d'utiliser le couplage minimal. On écrit donc dans l'espace localement Minkowskien les lagrangiens de matière, et on remplace la métrique de Minkowski par la métrique de Cartan, et les dérivées partielles par des dérivées covariantes :

$$\eta \to g; \partial\psi \to \nabla\psi; L(\eta, \partial\psi) \to L(g, \nabla\psi) \tag{6.3}$$

6.4 les nouveaux objets

La notion de transfert parallèle est, on l'a vu, gardée dans cette théorie ; le transfert d'un vecteur C^μ déplacé de x^μ à $x^\mu + dx^\mu$ le fait varier de :

$$dC^\mu = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta} C^\beta dx^\alpha$$

L'importance de la connexion est ici mise en évidence ; mais en relativité générale cette équation était déjà vraie. La différence tient dans le caractère non symétrique de la connexion. On introduit alors la torsion géométriquement en appelant tenseur de torsion, ou torsion, la partie non symétrique de la connexion :

$$S_{\nu\rho}^{\bullet\bullet\mu} = \Gamma^\mu_{[\nu\rho]} \tag{6.4}$$

alors, en utilisant 6.2 on obtient

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\rho} = g^{\mu\kappa}\Delta^{\alpha\beta\gamma}_{\rho\nu\kappa}\left(\frac{1}{2}\partial_\alpha g_{\beta\gamma} - g_{\gamma\delta}S^{\bullet\bullet\delta}_{\alpha\beta}\right) \tag{6.5}$$

avec

$$\Delta^{\alpha\beta\gamma}_{\rho\nu\kappa} = \delta^\alpha_\rho\delta^\beta_\nu\delta^\gamma_\kappa + \delta^\alpha_\nu\delta^\beta_\kappa\delta^\gamma_\rho - \delta^\alpha_\kappa\delta^\beta_\rho\delta^\gamma_\nu \tag{6.6}$$

On peut s'apercevoir facilement, que même une théorie géométrique de la gravitation, pourrait admettre une connexion symétrique sans pour autant se placer dans le cadre de l'espace de Cartan. Alors on introduit l'objet réellement relié à la torsion dans la théorie de la torsion sur l'espace de Cartan - car indépendant de la métrique - qui est la différence à la connexion affine - d'Einstein - de la connexion.

$$K^{\bullet\bullet\mu}_{\nu\rho} = \begin{Bmatrix} \mu \\ \nu\rho \end{Bmatrix} - \Gamma^{\mu}_{\nu\rho} \tag{6.7}$$

Où K s'appelle la contorsion. On a donc maintenant, dans le cadre de cette théorie, 10 composantes indépendantes pour la métrique symétrique, et 24 composantes pour la contorsion [16]

6.4.1 le formalisme Lagrangien

En appliquant le couplage minimal à un Lagrangien $L(\psi, \partial\psi, \eta)$ on obtient l'action de la matière :

$$S_M = \int d^4x\ L_M(\psi, \nabla\psi, g) = \int d^4x\ L(\psi, \partial\psi, g, \partial g, S) \tag{6.8}$$

De même, pour obtenir les équations de champ de la relativité générale , on doit ajouter au lagrangien total du système une densité de lagrangien de champ $\frac{V}{2k}$, où $k = \frac{8\pi G}{c^4}$. On obtient l'action associée :

$$S_F = \int d^4x \frac{V(\psi, \nabla\psi, g)}{2k} \tag{6.9}$$

$$S = S_M + S_F \tag{6.10}$$

Les équations de champ s'écrivent alors

$$\frac{\delta S}{\delta g_{\mu\nu}} = 0\ ;\ \frac{\delta S}{\delta S^{\bullet\bullet\gamma}_{\alpha\beta}} = 0 \tag{6.11}$$

Les tenseurs de la théorie sont donc reliés aux dérivées de V et L.
Soient les définitions suivantes : σ est appelé tenseur métrique d'énergie-impulsion, et vaut [17]

$$g\sigma^{\mu\nu} = 2\frac{\delta L_M}{\delta g_{\mu\nu}} \tag{6.12}$$

Le tenseur μ est

$$g\mu^{\bullet\beta\alpha}_{\gamma} = \frac{\delta L_M}{\delta S^{\bullet\bullet\gamma}_{\alpha\beta\bullet}} \tag{6.13}$$

En fait, on utilisera, pour la raison déjà citée le tenseur de moment angulaire de spin relié à K :

$$g\tau^{\bullet\beta\alpha}_{\gamma} = \frac{\delta L_M}{\delta K^{\bullet\bullet\gamma}_{\alpha\beta\bullet}} \tag{6.14}$$

Et dans les calculs, le tenseur d'énergie impulsion Σ sera utilisé à la place de σ

$$\Sigma^{\rho\nu} = \sigma^{\rho\nu} - (\nabla_\alpha - 2S^{\bullet\bullet\beta}_{\alpha\beta\bullet})\mu^{\rho\nu\alpha} \tag{6.15}$$

16. $K^{\bullet\bullet\mu}_{\nu\rho} = -K^{\bullet\mu\bullet}_{\nu\bullet\rho}$
17. g est le déterminant de $g_{\mu\nu}$

On doit se demander à quoi peut ressembler la densité V introduite au-dessus. En relativité générale il s'agit du scalaire de courbure R. Ici on choisit la même définition, ce qui permet d'obtenir les équations d'Einstein, et les tenseurs de spin sont nuls. Les équations de champ 6.11 s'écrivent donc

$1^{\text{ère}}$ équation des champs : tenseur d'Einstein = k $\times$ énergie-impulsion [18]

$$G^{\mu\nu} = k.\Sigma^{\mu\nu}$$

2^{nde} équation des champs : torsion modifiée = k $\times$ tenseur de spin [19]

$$T^{\mu\nu\rho} = k.\tau^{\mu\nu\rho}$$

6.5 les champs de matière

6.5.1 les champs scalaires

Comme nous l'avons introduit par hypothèse, on ne peut trouver de couplage entre un champ de matière que dans le couplage entre la contorsion - ou la torsion - et le champ, après avoir appliqué le couplage minimal. Ici, ceci n'a aucun effet, et par conséquent un objet sans spin - de spin zéro - ne couple pas à la torsion.

6.5.2 le champ de Maxwell, spin 1

L'ajout à la théorie de Maxwell d'une torsion ne doit pas changer le comportement des équations. En particulier, on ne pourrait accepter que le tenseur de moment angulaire de spin τ ne soit pas invariant de jauge U(1). L'application du formalisme ci-dessus nous amène cependant à un tenseur $\tau^{\mu\nu\rho} = A^{[\mu}F^{\nu]\rho}$ qui n'est pas invariant sous U(1) ; on ne peut donc pas appliquer le couplage minimal au cas du champ de Maxwell. Ainsi, la théorie, et en particulier les trajectoires des photons, seront inaffectées par la présence ou non de torsion dans la matière.

6.6 le champ de matière de type Dirac, spin $\frac{1}{2}$

On part de l'équation de Dirac en Minkowskien, et on applique le couplage minimal ; on obtient :

$$L_M = g(\nabla_\alpha\overline{\Psi}\gamma^\alpha\Psi - \overline{\Psi}\gamma^\alpha\nabla_\alpha\Psi - 2m\overline{\Psi}\Psi) \tag{6.16}$$

Pour travailler proprement, on introduit des coordonnées anholomiques en une V tétrade pseudo-orthonormale e^i_α. La dérivée covariante s'écrit alors [20]

$$\nabla_\alpha\Psi = \partial_\alpha\Psi + \Gamma^\gamma_{\alpha\beta}f^\beta_\gamma\Psi \tag{6.17}$$

Pour un spineur de Dirac les fonctions f sont reliés aux matrices de Dirac :

$$f_{\alpha\beta} = \frac{1}{4}\gamma_{[\alpha}\gamma_{\beta]} \tag{6.18}$$

Alors, en introduisant les dérivées covariantes, dans lesquelles intervient la torsion comme on le voit en 6.17, dans l'équation 6.16, on obtient : [21]

$$L_M = L(\{\}) + g\tau_{\gamma\beta\alpha}K^{\alpha\beta\gamma} \tag{6.19}$$

On peut noter aussi que le scalaire de courbure s'écrit

$$R = R(\{\}) + \partial_\beta(2gK_\rho{}^{\beta\rho}) - gT_\gamma{}^{\beta\alpha}K_{\alpha\beta}{}^\gamma \tag{6.20}$$

L'action totale se résoud alors en

$$S = \int d^4x \left\{ L(\{\}) + g\tau_{\gamma\beta\alpha}K^{\alpha\beta\gamma} + \frac{1}{2K}R(\{\}) - \frac{g}{2k}T^{\alpha\beta\gamma}k_{\gamma\beta\alpha} \right\} \tag{6.21}$$

On applique alors les equations 6.11 à 6.21, et on trouve après avoir réintroduit les constantes posées égales à 1 :

$$K_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{4}l^2\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\Psi^+\gamma_5\gamma^\delta\Psi \tag{6.22}$$

18. $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^{\bullet\beta}_\beta$
19. $T^{\bullet\bullet\gamma}_{\alpha\beta\bullet} = S^{\bullet\bullet\gamma}_{\alpha\beta\bullet} + 2\delta^\gamma_{[\alpha}S^{\bullet\bullet\rho}_{\beta]\rho\bullet}$
20. les f_{ij} sont les représentations des générateurs du groupe de Lorentz associés au champ Ψ ; sous une transformation infinitésimale δx^γ, le champ Ψ devient $\Psi + \partial(\delta x^\gamma)f^\beta_\gamma\Psi$
21. $L()$ signifie que l'on prend l'équation 6.16 avec des dérivées covariantes où les connexions sont prises égales aux connexions affines notées {}

l est ici la constante de Planck qui vérifie $l^2 = \hbar c k$ soit $l \approx 10^{-34} m$. On voit que le résultat de l'application du couplage minimal ne fait intervenir dans la matière - à l'extérieur de laquelle la torsion est nulle - qu'une contorsion, donc qu'une torsion, très faible qui n'est observable que lorsque les distances réelles sont du même ordre, donc au moment du Big Bang.

En partant de l'équation d'Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial \Psi^+} - \partial_k \left(e_\alpha{}^k \frac{\partial L}{\partial(\partial_\alpha \Psi^+)} \right) = 0$$

on obtient

$$(\gamma^\alpha \nabla_\alpha + \frac{1}{4} K_{\alpha\beta\gamma} \gamma^{[\alpha} \gamma^\beta \gamma^{\gamma]}) \Psi = im\Psi \tag{6.23}$$

Il est clair qu'en introduisant le tenseur K déjà calculé, l'étude de la particule de Dirac ne nous fournira pas d'information sur l'existence de la torsion ; peu d'expériences peuvent donc trouver ici de la matière pour déduire quelque-chose Sur la torsion.

6.7 le parallélogramme et la torsion

Imaginons un vecteur C défini en un point x. Si on lui applique un déplacement parallèle au sens habituel du terme, parallèlement à un vecteur da jusqu'au point $x + db$ puis un déplacement parallèlement au vecteur db jusqu'au point $x+db+da$, et que l'on compare le vecteur obtenu à celui que l'on aurait obtenu en inversant le sens des 2 déplacements (parallèlement à db puis à da), on s'aperçoit que cette différence est proportionnelle à la partie antisymétrique de la connexion :

$$\Delta C^\mu = 2\Gamma^k_{[\mu\nu]} da^\mu db^\nu$$

On montre ainsi qu'il est possible de faire des expériences qui mettraient en lumière l'existence ou non d'une torsion malgré la petitesse de cette torsion. "Malheureuse- ment", personne n'est actuellement capable de trouver une expérience qui permette de mesurer effectivement la torsion, y compris avec la constatation sur le parallélogramme.

6.8 conclusions

La théorie incluant la torsion est finalement une théorie proche de la relativité générale , qui ne l'inclue pas au sens où la limite de la torsion n'est pas a priori concevable - on a vu que la matière de type Dirac engendre un champ qui ne dépend que de l et de Ψ mais que l'on ne peut rien faire tendre vers zéro dans cette configuration : la torsion aussi faible soit-elle existe, n'est pas nulle, et l'espace n'est pas Riemannien. Mais bien sur , cette torsion est tellement faible que son existence n'influe pas pour l'instant sur les mesures que l'on est capable de faire.

L'apparition de la longueur de Planck montre qu'à la singularité initiale proche du Big-Bang telle que le prévoit les équations d'Einstein la torsion pourrait avoir une influence importante, mais qu'à un autre moment, elle est sans importance.

Et finalement, la connaissance de ce qu'est l'espace réellement, donc la question de savoir s'il existe une torsion ou pas, attend de la part des physiciens la découverte d'une expérience capable de mettre ce phénomène en évidence.

A calcul de $\frac{GM}{Rc^2}$

L'attraction gravitationnelle newtonienne introduit une constante de couplage "universelle" G que l'on peut mesurer. Sa valeur est $G = 6,6710^{-11}m^3kg^{-1}s^{-2}$. G représente donc le couplage de la gravitation à la matière.

De même, après les expériences en électromagnétisme on a vu apparaître une nouvelle constante c, une vitesse maximale des ondes électromagnétiques dans le vide qui vérifie : $\mu_0\varepsilon_0c^2 = 1$, soit $c = 3,00.10^8\ m.s^{-1}$. La nécessité de trouver une unité de longueur très précise, alors que dans le même temps, l'unité de temps devenait très précise, et que cette vitesse maximale est dorénavant reliée à la vitesse maximale de propagation d'une information, a fait choisir aux physiciens une unité de vitesse où c est la référence, plutôt qu'une unité de longueur. On voit que c représente l'échange d'information dans l'univers.

L'univers le plus simple à modéliser en concordance approximative avec la réalité est le modèle homogène et isotrope, de densité uniforme (relativement vrai sur des échelles importantes de l'ordre de 10^{24} mètres [22]. La courbure est donc supposée constante. La métrique s'écrit alors comme celle d'une 3-sphère :

$$ds^2 = -(cdt)^2 + R^2(t)[d\chi^2 + sin^2\chi(d\theta^2 + sin^2 d\Phi^2)] \tag{A.1}$$

Le terme M a vocation d'être la masse de l'univers. Evidemment, elle ne peut être définie comme un rapport de réaction à une force gravitationnelle, c'est-à-dire qu'aucune expérience n'est possible pour sa détermination. Concrètement, on définit M comme le produit de la densité ρ d'énergie(constante) par le volume V de la 3- sphère.

La variation de ce produit est égale au travail de la pression de radiation ; celle-ci est actuellement négligeable devant la densité d'énergie de masse M, et donc M est une constante sur cette période (qui est aussi celle de la mesure des autres constantes).

Finalement, $M = \rho V = \rho(2\pi^2R^3)$.

R, en tant que rayon des limites de l'univers visible est $R = 13\ 10^9\ a.l.$; ρ vaut $15\ 10^{-27}kg.m^{-3}$

Alors, $M \approx 5,7\ 10^{53}kg$ et $\frac{GM}{Rc^2} \approx 3$.

Ce nombre est de l'ordre de 1, quelques soient les unités utilisés ; cette valeur doit donc être expliquée par la théorie si l'on ne veut pas considérer que ce nombre est du au 'hasard'.

Remarque : En relativité générale , on voit souvent apparaître des termes de la forme $\frac{GM}{Rc^2}$ qui correspondent au deuxième terme de l'expansion de g_{00} :

$$g_{00} = -1 + \frac{2GM}{Rc^2}$$

Dans ce cas, $\frac{GM}{Rc^2}$ ne peut dépasser $\frac{1}{2}$, sinon on passerait par une singularité du champ gravitationnel en augmentant r, ce qui n'est pas acceptable.

Ici, le terme $\frac{GM}{Rc^2}$ n'a aucune signification supplémentaire que celle déjà mentionnée, celle d'être un rapport de valeurs qui justement n'ont pas pour l'instant de signification ' en physique.

22. 10^8 années lumières

B calcul de $< \Psi >$

L'équation covariante la plus simple reliant un champ scalaire Ψ et un tenseur énergie-impulsion est posée comme base de la théorie :

$$\Box\Phi = 4\pi\lambda T^{\mu}_{M\mu}$$

où $T_{M\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion de la matière qui comprend tout sauf la gravitation et le champ Φ.

Prenons le plus simple des champs scalaires dans l'univers le plus simple : le champ scalaire est isotrope et stationnaire, il ne dépend que de r ; l'univers est une sphère de gaz de densité la densité moyenne observée ($\rho \approx 10^{-26} kg.m^{-3}$), et de rayon le rayon apparent de l'univers ($R \approx 10^{26}\ m$).

La résolution de l'équation $\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\Phi) = 4\pi\lambda\rho$ nous amène au résultat attendu :

$$< \Phi > \approx \lambda\rho R^2 \approx \lambda \times 10^{26} kg.m^{-1} \approx \frac{c^2}{G}$$

De plus, cette approximation permet de trouver une valeur approchée pour le paramètre λ qui doit être de l'ordre de l'unité.

C les notations

Les notations utilisées sont celles du MTW appellée aussi "the Landau-Lipschitz Spacelike Convention (LLSC)" :

1. La métrique est '- + + + ' donc on peut trouver un changement de coordonnées pour lesquelles la métrique est diagonale et s'écrit $g_{\mu\nu} = -(cdt)^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$. On peut aussi l'exprimer en montrant que la métrique g peut s'écrire avec une base de 1-forme $(\omega^\mu)_{\mu=0,1,2,3}$ d'un repère de Lorentz, soit $g = -(\omega^0)^2 + (\omega^1)^2 + (\omega^2)^2 + (\omega^3)^2$
2. Le tenseur de Riemann s'écrit avec un signe '+' :

$$+R(u,v) = \nabla_u \nabla_v - \nabla_v \nabla_u - \nabla_{[u,v]}$$

ou

$$+R^{\mu}_{\nu\alpha\beta} = \frac{\partial \Gamma^{\mu}{}_{\nu\beta}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Gamma^{\mu}{}_{\nu\alpha}}{\partial x^\beta} + \Gamma^{\mu}{}_{\rho\alpha}\Gamma^{\rho}{}_{\nu\beta} - \Gamma^{\mu}{}_{\rho\beta}\Gamma^{\rho}{}_{\nu\alpha}$$

3. le tenseur d'Einstein a un signe + : **Einstein** $= +8\pi$**T** .
4. $T_{00} = T(e_0, e_0) > O$
   Comme d'habitude, les indices grecs valent de 0 à 3, et les indices latins de 1 à 3. Les sommations se font avec les conventions dites d'Einstein. Il faut aussi noter les ordres du tenseur T :

$$T_M^{00} = O(\rho c^2)$$

$$T_M^{0i} = O(\rho c^2)$$

$$T_M^{ij} = O(\rho c^2)$$

Références

[1] Misner, Thorne, Wheeler : GRAVITATION On peut trouver dans cet ouvrage l'ensemble des définitions de la relativité générale

[2] Weinberg ; Gravitation and Cosmology Une approche de la relativité générale plus rapide que l'ouvrage p[récédent

[3] C.Will ; Theory and Experiment in Gravitational Physics 1993. L'ensemble des termes Post-Newtoniens, et l'analyse de leur signification se trou- vent ici (la paramétrisation n'est pas encore ici celle de T.Damour et G.Esposito- Farèse)

[4] R.H.Dicke the Theorical signifiance of Experimental Relativity Un ensemble de textes de Dicke autour du champ scalaire en relativité générale

[5] R.H.Dicke :Mach's principle and Invariance under Transformation of Units Ph.Rev. Vol.125,N06 15/03/1962

[6] C.Brans et R.H.Dicke :Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation Ph.Rev. Vol.124,No3 1/11/1961 L'article de départ de la théorie de Brans-Dicke

[7] F.W.Hehl, P von Heyde, G.D.Kerlick, J .M.Nester General Relativity with Spin and Torsion : fonndationsand prospects Rev.of Mod.Phys., Vol.48, No 3, july 1976

[8] F.W.Hehl et B.K.Datta Nonlinear Spinor Equation and Asymétrie Connection in General Relativity J.of Math.Phys., vol.12,No7, july 1971

[9] T.W.B.Kibble :Lorentz Invariance and the Gravitational F ield J .of Math.Phys., vol.2, N02 , march-april 1961

[10] P. von der Heyde :The F ield Equations of the Poincare Gauge Theory of Gravitation Phys.Letters. , Vol 58A , No 3 , 23 aout 1976

[11] F.W.Hehl :On the Kinematz'cs of the Torsion of Space- Time

[12] Abramowicz M A and Prasanna A R 1990 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **245** 720

[13] Abramowicz M A and Miller J C 1990 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **245** 729

[14] Prasanna A R and Chakrabarti S K 1990 *Gen. Rel. Grav.* **22** 987

[15] Abramowicz M A Carter B and Lasota J P 1988 *Gen. Rel. Grav.* **20** 1173

[16] Chandrasekhar S 1969 *Ellipsoidal Figures of Equilibrium* (New Haven : Yale University Press)

[17] Bardeen J M 1970 *Astrophys. J.* **162** 71

[18] Chandrasekhar S and Miller J C 1974 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **167** 63

[19] Miller J C 1977 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **179** 483

D précisions à creuser - 2017

Où est la particule de spin 2.
Qu'est-ce que rayon apparent ? : AgeUnivers x c ou Rayon Univers ?
Annexe A : a -t-on une singularité pour $r > \frac{2GM}{c^2}$?

E idées à creuser - 2017

que devient la théorie si pas d'égalité entre la masse gravitationnelle et la masse inertielle
pourrait-on utiliser une égalité 3.1 différente plus efficace ?
Pourquoi pas de propagation de Φ avec faible énergie ?
Comment intervient l'énergie sombre ?
Vivons nous dans un trou noir ?